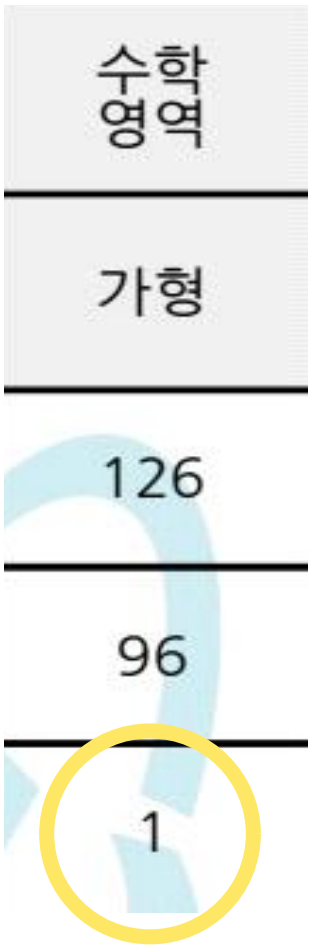
확률과 통계
실전핵심 전략서

필수개념
유형풀이법
실수할만한 연산
1등급의 행동강령을 담은 실전핵심 전략서(손글씨)

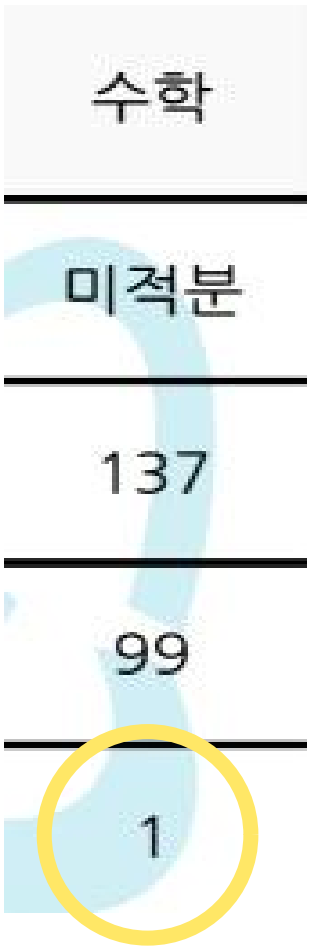
1. 경우의 수 2. 확률 3. 통계

수능 수학1등급 성적인증

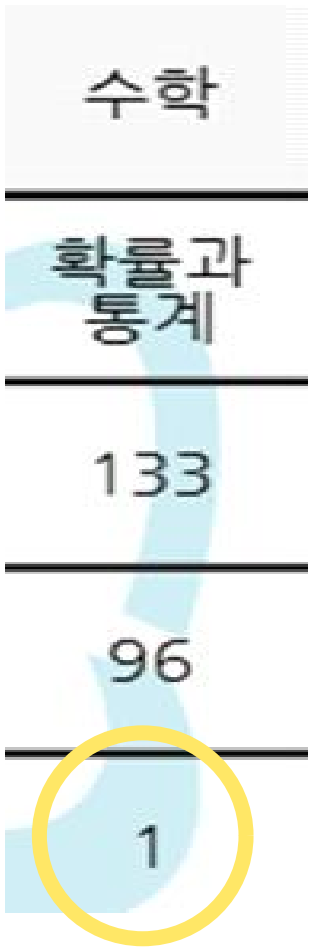
저자1



저자2



저자3



들어가기에 앞서...

시험 운영 전략입니다.

내신 시험, 수능(모의고사) 시험 등
실전에서 문제가 너무 안 풀린다면
일단 넘기는 것을 추천합니다.

풀 수 있는 다른 문제들을 먼저 풀고,
다시 되돌아 왔을 때 풀릴 수 있을 겁니다.

설령 막히는 문제가 쉬운 앞번호 문제일지라도
과감히 넘기고 이따 다시 봅시다.

시험은 전략과 기세입니다.
연습했던 전략과 잘했던 순간을 떠올리며
자신있게 풀어냅시다.

행운을 빕니다.

○ 나눠주기 (같은 공)

1) 기본

서로 다른 세 사람이 공 10개를 나누어 받는다.
(아예 못 받는 사람 존재○)

→ ${}_3H_{10}$

2) 적어도 ~

사람 A는 적어도 2개의 공을 나누어 받는다.
(아예 못 받는 사람 존재○)

→ A에게 공 2개 미리 주기

→ 서로 다른 세 사람이 남은 공 8개 받기

→ ${}_3H_8$

3) ~개 이하로 받는 경우

사람 A는 2개 이하의 공을 나누어 받는다.
(아예 못 받는 사람 존재○)

→ A가 공을 0개, 1개, 2개 받는 경우를 더하기

즉, 서로 다른 두 사람이 (A를 제외한 B, C)
10개, 9개, 8개를 받는다.

→ ${}_2H_{10}+{}_2H_9+{}_2H_8 (={}_{11}C_{10}+{}_{10}C_9+{}_9C_8)$

↳ 하키스틱 공식 활용 가능!

*'~개 이하'에서 ~가 클 경우

ex) 공은 10개인데 A가 9개 이하로 받는다.

→ 전체에서 사람 A가 공 10개를 받는 경우 빼기

↳ 여사건

○ 자연수 만들기

① ② ③ ④

ex) 각 자리 수의 합이 10인 경우(네자리)

1) ①번자리에 미리 1을 주기

↳ ①번자리에 미리 1만큼 더했기 때문에

남은건 9 → ${}_4H_9$

2) 전체 경우에서 ① 자리가 0인 경우 빼기

↳ 전체 : ${}_4H_{10}$, ① 자리가 0인 경우 : ${}_3H_{10}$

→ ${}_4H_{10}-{}_3H_{10}$

* 이런 문제는 차근차근 조건에 맞게 식 세우기!

○ 방정식

$a+b+c=10$ 인 순서쌍 (a,b,c)의 가짓수

1) 기본 (음이 아닌 정수)

a, b, c를 뽑는 횟수가 총 10번이라 생각!

→ 서로 '다른' 세 가지를 '중복'을 허락하여
10번 '선택'하는 경우의 수 → $n=3, r=10, {}_3H_{10}$

확률

- 모든 사건의 확률은 0과 1사이
- A와 A의 여사건인 A^c는 배반사건 관계이지만, 배반사건이라고 해서 무조건 여사건은 아니다.

- 조건부 확률

사건 A가 일어났을 때, 사건 B가 일어날 확률 → $P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$로 표현

이미 사건 A는 일어남 → 전체 경우 고려 X

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{n(A\cap B)}{n(\text{전체})}}{\frac{n(A)}{n(\text{전체})}}=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}$$

→ 곧이 확률의 관점이 아닌 경우의 수 관점에서 문제를 풀어도 상관 X

- 독립과 종속

두 사건 A, B에 대하여 A가 일어나는 것이 B가 일어날 확률에 영향을 주지 않아 $P(B|A)=P(B)$면 독립. $P(B|A)\neq P(B)$면 종속.

But, 직관적인 이해는 어려울 수 있으니 계산의 결과 정도로 이해하자.

- 독립시행

동일한 시행을 반복. 어떤 사건 A가 일어날 확률이 P일 때, n번 시행해서 사건 A가 r번 일어날 확률은 $nC_r\cdot(P)^r\cdot(1-P)^{n-r}$

ex) 주사위를 10번 던질 때, 6이 3번 나올 확률을 구하시오.

시행: 10회, 확률: $\frac{1}{6}$, 횟수: 3

→ $_{10}C_3\cdot(\frac{1}{6})^3\cdot(\frac{5}{6})^7$ → 6이 안나오는 횟수

↳ 6이 안나오는 확률

심화

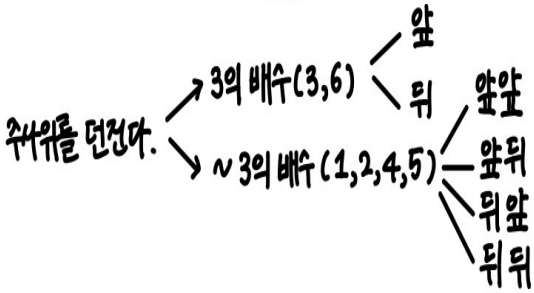
- 기하적 확률 ⇒ $\frac{\text{해당 넓이}}{\text{전체 넓이}}$

- 주사위와 동전

주사위를 던져 나온 눈의 수가 3의 배수면 동전을 한 번, 3의 배수가 아니면 두 번 던진다.

이 시험을 한 뒤, 앞면이 나온 횟수가 1일 확률은?

상황은 → 100 문제는 길지만...



↳ 순차적인 상황이기에 확률을 순서대로 확률을 계산 후 합산.

① 3의 배수가 나오고 + 앞이 나옴 → $\frac{2}{6}\times\frac{1}{2}$

② 3의 배수가 X + 앞뒤, 뒤앞이 나옴 → $\frac{4}{6}\times(\frac{1}{4}+\frac{1}{4})$

↳ 일련의 사건들이기 때문에 조건부와 달리 확률을 현현히 곱하고, ①+②가 정답!

통계

◦ 이산확률 변수의 확률분포

모든 P(X)의 합은 1

ex) 주사위를 던지는 경우

X	1	2	3	4	5	6	합계
P(X)	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	a	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

$a = 1 - \frac{1}{6} \times 5 = \frac{1}{6}$

$E(X) = \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 + \cdots + \frac{1}{6} \times 6 = \frac{7}{2}$

$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$

→ '제평평제'로 암기!(헷갈릴 시,)

↳ 제곱의 평균 − 평균의 제곱

① 확률변수 X결정

② 확률변수의 확률계산

③ 분산, 표준편차 계산

X	1	2	3	4	
P(X)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	① ②

⇒ ③ E(X), V(X), σ(X)

◦ aX+b

$E(aX+b) = aE(X) + b$

$V(aX+b) = a^2 V(X)$

$\sigma(aX+b) = |a|\sigma(X)$ ← √

◦ P(2≤X≤4) or P(2<X<4)

등호 확인!

◦ $P(X^2+\cdots)$의 2차함수 꼴은 인수분해!

ex) $P(X^2-3X<0) = P(0<X<3)$

◦ 이항분포 B(n,p)

B(n,p) : n번 독립시행,

사건이 일어날 확률은 P로 결정

ex) 한 개의 동전을 100번 던질 때, 앞면이 나오는 횟수 X

→ $n=100, p=\frac{1}{2}$ → $B(100, \frac{1}{2})$

n이 충분히 크다면 이항분포는 정규분포를 따른다.

↳ $(np \geq 5, nq \geq 5)$

$B(100, \frac{1}{2})$에서 $N(100 \times \frac{1}{2}, 100 \times \frac{1}{2} \times (1-\frac{1}{2}))$

$B(n,p) \rightarrow N(np, np(1-p))$

→ $B(100, \frac{1}{2})$이면 평균 m=50, 분산은 25

→ E(X)=50, V(X)=25, σ(X)=5