2022 개정 교육과정

고1 ~ 고3 · 내신부터 수능까지

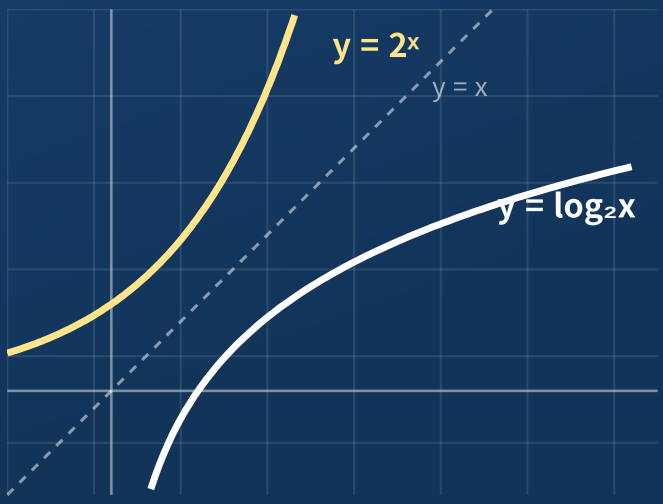
그래서 왜 수학

대수편

지수·로그 · 삼각함수 · 수열

원래 잘하던 사람은 몰랐던
답답함을 풀어주는 수학

김소희 지음



249
평가원 기출 문항
수능 139 · 모의평가 110

2~3
기출마다 풀이 개수
+ 「언제 쓰나」

45+38
교과 개념 + 수능 개념
대수 전 범위 11챕터

2014~2026학년도 수능 · 6월/9월 모의평가 · 2028학년도 수능 예시문항 수록

2022 개정 · 대수

지은이

김소희

연세대학교 시스템생물학과 졸업

그래서 왜 수학 · 대수편 (2022 개정 교육과정)

지은이 김소희

이 책의 수능·모의평가 기출 문항 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

교과 개념, 수능 개념, 대표 문제, 단계별 연습의 문장과 풀이는 이 책을 위해 새로 썼습니다.

차례

Ⅰ. 지수함수와 로그함수

A 거듭제곱근과 지수의 확장 5
A-1 거듭제곱근 · A-2 거듭제곱근의 성질 · A-3 지수의 확장 · A-4 지수법칙
수능 개념 3 · 대표 문제 3 · 단계별 연습 11 · 기출 수능 17 · 모평 11

B 로그 29
B-1 로그의 정의 · B-2 로그의 성질 · B-3 밑 변환 공식 · B-4 상용로그
수능 개념 4 · 대표 문제 3 · 단계별 연습 11 · 기출 수능 12 · 모평 5

C 지수함수와 로그함수의 그래프 52
C-1 지수함수의 그래프 · C-2 평행이동과 대칭이동 · C-3 로그함수의 그래프 · C-4 최댓값과 최솟값
수능 개념 4 · 대표 문제 3 · 단계별 연습 11 · 기출 수능 16 · 모평 14

D 지수·로그 방정식과 부등식 85
D-1 지수방정식 — '같은 화폐로 환전하기' · D-2 로그방정식 — '입장권부터 확인' · D-3 지수부등식 — '거꾸로 가는 엘리베이터' · D-4 로그부등식 — 입장권 + 엘리베이터
수능 개념 3 · 대표 문제 3 · 단계별 연습 11 · 기출 수능 9 · 모평 10

Ⅱ. 삼각함수

E 삼각함수의 뜻과 성질 107
E-1 일반각 · E-2 호도법과 부채꼴 · E-3 삼각함수의 뜻 · E-4 삼각함수 사이의 관계 · E-5 여러 각의 삼각함수
수능 개념 3 · 대표 문제 3 · 단계별 연습 11 · 기출 수능 7 · 모평 9

F 삼각함수의 그래프 127
F-1 y = sin x, y = cos x의 그래프 · F-2 y = tan x의 그래프 · F-3 y = a sin(bx + c) + d 읽기 · F-4 삼각방정식과 부등식
수능 개념 3 · 대표 문제 3 · 단계별 연습 11 · 기출 수능 11 · 모평 11

G 사인법칙과 코사인법칙 153
G-1 사인법칙 · G-2 코사인법칙 · G-3 삼각형의 넓이 · G-4 언제 무엇을 쓸까
수능 개념 3 · 대표 문제 3 · 단계별 연습 11 · 기출 수능 9 · 모평 10

Ⅲ. 수열

H 등차수열 180
H-1 수열 · H-2 등차수열과 일반항 · H-3 등차중항 · H-4 등차수열의 합 · H-5 합에서 일반항 구하기
수능 개념 4 · 대표 문제 3 · 단계별 연습 11 · 기출 수능 10 · 모평 6

I 등비수열 200
I-1 등비수열과 일반항 · I-2 등비중항 · I-3 등비수열의 합 · I-4 등비수열과 원리합계
수능 개념 4 · 대표 문제 3 · 단계별 연습 11 · 기출 수능 12 · 모평 7

J 수열의 합 221
J-1 Σ의 뜻 · J-2 Σ의 성질 · J-3 자연수의 거듭제곱의 합 · J-4 여러 가지 수열의 합
수능 개념 4 · 대표 문제 3 · 단계별 연습 11 · 기출 수능 19 · 모평 16

K 수열의 귀납적 정의와 수학적 귀납법 246
K-1 수열의 귀납적 정의 · K-2 자주 나오는 꼴 · K-3 수학적 귀납법
수능 개념 3 · 대표 문제 3 · 단계별 연습 11 · 기출 수능 17 · 모평 11

이 책의 구성

이 책은 ‘원래 잘하던 사람’이 당연하게 넘어가는 곳에서 멈춥니다. 각 챕터는 아래 순서로 읽습니다.

01 이야기로 시작하기 챕터 첫 쪽
생활 속 장면 하나로 이 챕터가 답할 질문을 먼저 던집니다.

02 교과 개념 한 줄 요약 · 이야기로 이해하기
정의를 외우기 전에, 왜 그렇게 정할 수밖에 없었는지부터 설명합니다.

03 사고 흐름 모든 개념과 문제에
“이걸 어떻게 떠올려요?”에 대한 답. 잘하는 사람이 머릿속에서 건너뛰는 한 줄을 적었습니다.

04 수능 개념 교과서에는 없지만 시험에 반복되는 관점
모두 교과 개념으로 증명되는 것만 담았습니다.

05 대표 문제 정석 → 빠른 길
교과서 풀이를 먼저 완성하고, 수능 풀이는 어느 수능 개념을 썼는지 번호로 표시합니다.

06 단계별 연습 기본 · 유형 · 실전
기본은 1회독, 실전은 2회독부터. 해설은 정답, 핵심 한 줄, 개념 번호로 정리했습니다.

07 기출 연습 · 기출 해설 수능 2014~2026, 모의평가, 2028 예시
문항마다 풀이 2~3개와 「언제 쓰나」를 붙였습니다.

08 Review 진단 · 발상 정리 · 개인 발상 노트
답하지 못한 항목은 표시된 절로 돌아가 다시 읽습니다.

색 약속 정석 · 교과서 풀이 | 빠른 길 · 수능 풀이 | 다른 관점 · 검산 | 날개 메모

A

거듭제곱근과 지수의 확장

이야기로 시작하기 — 소문은 얼마나 빨리 퍼질까?

당신이 친구 2명에게 비밀을 말했고, 들은 사람은 모두 다음 날 또 2명에게 말한다고 해 봅시다. 1일째 2명, 2일째 4명, 3일째 8명… 10일째에는 새로 듣는 사람이 1024명입니다. 이것을 2^{10}이라고 씁니다. '2를 10번 곱했다'는 뜻이고, 작은 10을 '지수'라고 부릅니다.

이 챕터에서는 두 가지 질문에 답합니다.

이 챕터에서 답할 질문

질문 1 · 거꾸로 가기

어떤 수를 3번 곱했더니 27이 됐다. 그 수는?

→ 거듭제곱근

질문 2 · 이상한 지수

2^0, 2^{-1}, $2^{\frac{1}{2}}$은 '2를 0번, −1번, 반 번 곱한 것'인데, 그게 무슨 뜻일까?

→ 지수의 확장

이 챕터의 길

A-1 거듭제곱근 — 교과서 개념

A-2 거듭제곱근의 성질 — 교과서 개념

A-3 지수의 확장 — 교과서 개념

A-4 지수법칙 — 교과서 개념

수능 A-① 실인 n제곱근의 개수는 '홀짝 먼저, 부호 나중' — 수능 개념

수능 A-② 대칭식 $a^x + a^{-x}$은 '$t + \frac{1}{t}$'로 본다 — 수능 개념

수능 A-③ 대소 비교는 '밑 통일' 아니면 '지수 통일' — 수능 개념

대표 문제 3문항 — 사고 흐름 · 두 풀이

단계별 연습 11문항 — 기본 · 유형 · 실전

기출 연습 수능 17 · 모평 11 — 기출 해설 · Review

1부 · 교과 개념

교과서 개념

이 챕터의 목표는 하나입니다. **지수법칙이 깨지지 않도록 지수를 자연수 → 정수 → 유리수 → 실수로 넓혀 간다.** 모든 정의는 '법칙을 지키려면 이렇게 정할 수밖에 없다'는 흐름으로 읽어야 합니다.

A-1 거듭제곱근 교과서 개념

한 줄 요약

n제곱근은 'n번 곱해서 a가 되는 수'다.

이야기로 이해하기

부피가 27 cm^3인 주사위의 한 모서리는 몇 cm일까요? 가로×세로×높이 = (모서리)^3 = 27이므로 모서리는 3 cm입니다. 이 3이 27의 세제곱근입니다. 한편 같은 수를 두 번 곱하면 (−)×(−) = (+)이므로 절대 음수가 나오지 않습니다. 그래서 '음수의 제곱근(짝수 번째 근)' 중 실수는 없습니다.

n이 2 이상인 자연수일 때, n제곱하여 실수 a가 되는 수, 즉 $x^n = a$를 만족시키는 x를 a의 **n제곱근**이라 합니다. 제곱근, 세제곱근, …을 통틀어 거듭제곱근이라 합니다.

사고 흐름 '$x^n = a$의 실근'을 어떻게 셈까? → 방정식의 실근은 '$y = x^n$과 $y = a$의 교점의 x좌표'입니다(고1 되살리기). n이 홀수면 $y = x^n$은 증가하며 모든 실수값을 한 번씩 지나고, 짝수면 y축 대칭이며 0 이상의 값만 가집니다. 이 그림 하나가 아래 표 전부입니다.

실수인 n제곱근	a > 0	a = 0	a < 0
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}$ (1개)	0	$\sqrt[n]{a}$ (1개)
n이 짝수	$\sqrt[n]{a}$, $-\sqrt[n]{a}$ (2개)	0	없다

★ 날개 메모

$\sqrt[n]{a}$는 'a의 n제곱근'과 같은 말이 아닙니다. 16의 네제곱근 중 실수인 것은 2와 −2이고, $\sqrt[4]{16}$은 그중 양수인 2 하나만 가리킵니다.

★ 날개 메모

복소수 범위까지 넓히면 $a \neq 0$의 n제곱근은 항상 n개입니다. 교과서와 수능은 '실수인 것'만 묻습니다.

A-2 거듭제곱근의 성질 교과서 개념

한 줄 요약

같은 n제곱근끼리는 하나로 합쳐서 곱하고 나눌 수 있다.

이야기로 이해하기

3사과 + 2사과는 5사과지만 3사과 + 2배는 합칠 수 없죠. 거듭제곱근도 '같은 종류(같은 n)'일 때만 $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = 2$처럼 하나로 묶을 수 있습니다. $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{2}$처럼 종류가 다르면, A-4에서 배울 지수로 바꾸어 계산합니다.

★ 날개 메모

조건 $a > 0, b > 0$을 빼면 깨집니다. $\sqrt{(-2)}\sqrt{(-8)} \neq \sqrt{16}$이 고1 복소수에서 본 반례입니다.

a > 0, b > 0이고 m, n이 2 이상인 자연수일 때

$$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab},\quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}},\quad (\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m},\quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a},\quad \sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$$

증명의 핵심 (필연성) — 다섯 성질의 증명은 모두 같은 한 문장에서 나옵니다.

> 양수 a의 양수인 n제곱근은 단 하나뿐이다. 따라서 '두 양수의 n제곱이 같으면 두 수는 같다.'

첫 번째 성질을 예로 들면, $(\sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b})^n=(\sqrt[n]{a})^n(\sqrt[n]{b})^n=ab$이고 $\sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}>0$입니다. 즉 $\sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}$는 'ab의 양수인 n제곱근'이므로 $\sqrt[n]{ab}$와 같습니다. 나머지 네 개도 '양변을 적당히 거듭제곱해 같음을 보이고, 양수임을 확인한다'는 순서로 직접 증명해 보세요.

A-3 지수의 확장 교과서 개념

한 줄 요약

지수를 넓힐 때는 '계단 규칙'이 깨지지 않도록 정한다.

이야기로 이해하기

계단을 내려간다고 생각해 보세요. 지수가 1씩 줄 때마다 값은 반으로 줄어듭니다.

2^3	2^2	2^1	2^0	2^{-1}	2^{-2}
8	4	2	**1**	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

굵은 칸은 아무도 정해 주지 않았지만, '한 칸 내려갈 때마다 반'이라는 규칙을 지키려면 이 값일 수밖에 없습니다. $2^{\frac{1}{2}}$도 같습니다. 두 번 곱하면 $2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}=2$가 되어야 하므로, $2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$입니다.

자연수 지수에서 성립하는 법칙 $a^m\times a^n=a^{m+n}$을 **유지하는 것**이 확장의 유일한 기준입니다.

확장 단계	법칙을 지키려면	정의	조건
0	$a^0\times a^n=a^n$이어야 함	$a^0=1$	$a\neq 0$
음의 정수	$a^{-n}\times a^n=a^0=1$이어야 함	$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$	$a\neq 0$
유리수	$(a^{\frac{m}{n}})^n=a^m$이어야 함	$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$	$a>0$
실수 (무리수)	유리수 지수로 한없이 근사	$2^{\sqrt{2}}=2^{1.4}, 2^{1.41}, 2^{1.414}, \cdots$가 다가가는 값	$a>0$

사고 흐름 유리수 지수에서 왜 갑자기 a > 0이 붙는가? → a < 0을 허용하면 $(-8)^{\frac{1}{3}}$ = −2인데, 같은 수 $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$을 쓰면 $(-8)^{\frac{2}{6}}=\sqrt[6]{64}=2$가 됩니다. 지수를 어떻게 쓰느냐에 따라 값이 달라지므로, 정의 자체를 a > 0으로 막은 것입니다.

A-4 지수법칙 교과서 개념

한 줄 요약

곱하면 지수끼리 더하고, 나누면 빼고, 거듭제곱하면 곱한다.

이야기로 이해하기

'2를 3번 곱한 것'과 '2를 4번 곱한 것'을 다시 곱하면 모두 몇 번 곱한 것일까요? 3 + 4 = 7번입니다. 지수법칙은 이 '횟수 세기'를 식으로 쓴 것들입니다. 외울 필요 없이, 헷갈리면 작은 수($2^2 \times 2^3 = 4 \times 8 = 32 = 2^5$)로 확인하세요.

a > 0, b > 0이고 x, y가 실수일 때

$$a^x a^y = a^{x+y}, \qquad a^x \div a^y = a^{x-y}, \qquad (a^x)^y = a^{xy}, \qquad (ab)^x = a^x b^x$$

고1 되살리기: 거듭제곱근 계산은 모두 지수로 바꾼 뒤 법칙을 적용하는 것이 안전합니다. $\sqrt[3]{(a\sqrt{a})} = (a \cdot a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{2}}$처럼 안쪽부터 지수로 바꾸세요.

개념 예제 한 줄씩 따라 쓰기

EX 01 다음을 구하시오. (1) −27의 세제곱근 중 실수인 것 (2) 16의 네제곱근 중 실수인 것 (3) −16의 네제곱근 중 실수인 것

- 풀이: (1) 홀수 제곱근이므로 1개, $\sqrt[3]{(-27)} = -3$. (2) 짝수, 양수 → 2개, 2와 −2. (3) 짝수, 음수 → 없다.
- 포인트: 표를 외우지 말고 $y = x^3$, $y = x^4$의 그래프를 머릿속에 그려 교점을 세세요.

EX 02 다음을 간단히 하시오. (1) $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{4}$ (2) $\sqrt{(\sqrt[3]{64})}$ (3) $(\sqrt[4]{9})^2$

- 풀이: (1) $\sqrt[3]{8} = 2$ (2) $\sqrt[6]{64} = 2$ (3) $\sqrt[4]{81} = 3$

EX 03 다음을 계산하시오. (1) $8^{\frac{2}{3}} \times 4^{-\frac{1}{2}}$ (2) $(2^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$

- 풀이: (1) 밑을 2로 통일하면 $2^2 \times 2^{-1} = 2$. (2) 지수법칙 $(a^x)^y = a^{xy}$에서 $2^{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = 2^2 = 4$.
- 포인트: (2)는 '실수 지수에서도 지수법칙이 성립한다'는 것을 쓰는 문제입니다. 그래서 밑 $2 > 0$이 중요합니다.

EX 04 학생 A는 $(-8)^{\frac{1}{3}} = -2$라고 했고, 학생 B는 $(-8)^{\frac{1}{3}} = (-8)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{64} = 2$라고 했다. 무엇이 문제인가?

- 풀이: 둘 다 틀렸습니다. 유리수 지수 $a^{\frac{m}{n}}$은 $a > 0$일 때만 정의되므로 $(-8)^{\frac{1}{3}}$은 **정의되지 않는 식**입니다. -2는 $\sqrt[3]{(-8)}$로 써야 합니다.
- 포인트: 정의에 붙은 조건은 '왜 필요한가'의 반례와 함께 기억하세요. 조건을 잊는 것을 막는 가장 확실한 방법입니다.

2부 · 수능 개념

시험에서 반복되는 관점

아래 세 가지는 교과서 본문에 없지만 시험에서 반복되는 관점입니다. 모두 1부 개념으로 증명됩니다.

수능 개념 A-① 실인 n제곱근의 개수는 '홀짝 먼저, 부호 나중'

n과 a가 함께 변하는 문제(예: '$n^2 - 8n + 12$의 n제곱근 중 실수인 것의 개수')는 n을 하나씩 넣지 말고 두 단계로 나눕니다.

1. n이 홀수이면 a가 무엇이든 개수는 1. 계산할 필요가 없습니다.
2. n이 짝수일 때만 a의 부호를 봅니다. a를 n의 식으로 인수분해하고 부호표(+, 0, −)를 만든 뒤, 짝수 n에 대해서만 $\frac{2}{1}$ / 0을 읽습니다.

수능 개념 A-② 대칭식 $a^x + a^{-x}$은 '$t + \frac{1}{t}$'로 본다

$t = a^x$ ($t > 0$)으로 놓으면 $a^x + a^{-x} = t + \frac{1}{t}$입니다. $s = t + \frac{1}{t}$를 알면 나머지는 고1 곱셈공식으로 모두 나옵니다.

구하는 것	$s = a^x + a^{-x}$로 나타내면
$a^{2x} + a^{-2x}$	$s^2 - 2$
$a^{3x} + a^{-3x}$	$s^3 - 3s$
$(a^x - a^{-x})^2$	$s^2 - 4$

증명: $(t + \frac{1}{t})^2 = t^2 + \frac{1}{t^2} + 2$, $(t + \frac{1}{t})^3 = t^3 + \frac{1}{t^3} + 3(t + \frac{1}{t})$. 예를 들어 $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 3$이면 $x + x^{-1} = 7$, $x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}} = 27 - 9 = 18$입니다.

★ 날개 메모

식에 a^x과 a^{-x}이 쌍으로 보이면, 분모·분자에 a^x의 거듭제곱을 곱해 음의 지수를 없애는 방법도 같은 뿌리입니다.

수능 개념 A-③ 대소 비교는 '밑 통일' 아니면 '지수 통일'

- 밑을 통일할 수 있으면(예: 4, 8, 16 → 밑 2) 지수만 비교합니다. (밑 > 1일 때)
- 밑이 서로소이면 지수를 통일합니다. $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[4]{5}$, $\sqrt[6]{10}$은 지수 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$의 최소공배수 12를 이용해 모두 12제곱하면 $3^4 = 81$, $5^3 = 125$, $10^2 = 100$을 비교하는 문제가 됩니다.
- 근거: 양수 p, q에 대하여 $p < q \Leftrightarrow p^n < q^n$ (지수함수·거듭제곱 함수의 증가). 챕터 C에서 그래프로 다시 확인합니다.

대표 문제

사고 흐름 → 정석 → 빠른 길

모든 대표 문제는 교과서적 해법을 먼저 완성하고, 수능적 해법은 어느 수능 개념을 썼는지 번호로 표시합니다. 스스로 두 풀이를 모두 써 본 뒤 해설과 비교하세요.

대표 01

이해 · 3점

정답 2

양수 x에 대하여 $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 3$일 때, $(x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}} + 2) / (x + x^{-1} + 3)$의 값을 구하시오.

사고 흐름 x를 직접 구해야 하나? → $x = (\frac{3+\sqrt{5}}{2})^2$처럼 지저분합니다. 묻는 식이 전부 'x의 거듭제곱 + 그 역수' 꼴이므로, 주어진 값을 거듭제곱해서 만드는 것이 자연스럽습니다.

교과서적 해법

- 양변을 제곱하면 $x + 2 + x^{-1} = 9$이므로 $x + x^{-1} = 7$.
- 양변을 세제곱하면 $x^{\frac{3}{2}} + 3(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}) + x^{-\frac{3}{2}} = 27$이므로 $x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}} = 27 - 9 = 18$.
- 따라서 $\frac{18+2}{7+3} = \mathbf{2}$.

수능적 해법

- [수능 개념 A-②] — $s = 3$을 표에 넣으면 끝입니다.
- 2배 지수 → $s^2 - 2 = 7$, 3배 지수 → $s^3 - 3s = 18$.
- 식을 전개하지 않고 '지수가 몇 배인가'만 봅니다.

대표 02

추론 · 4점 · 단답형

정답 9

2 이상 12 이하인 자연수 n에 대하여 $-n^2 + 10n - 21$의 n제곱근 중 실수인 것의 개수를 f(n)이라 할 때, $f(2) + f(3) + \cdots + f(12)$의 값을 구하시오.

사고 흐름 11개를 모두 대입해야 하나? → 개수를 결정하는 것은 'n의 홀짝'과 '수의 부호' 두 가지뿐입니다. 값 자체는 필요 없습니다.

교과서적 해법

★ 날개 메모

n = 3, 7처럼 수가 0이 되는 경우는 홀수라 여기서는 영향이 없지만, 짝수에서 0이 나오면 개수는 1입니다. 출제자가 가장 자주 노리는 지점입니다.

$-n^2 + 10n - 21 = -(n-3)(n-7)$을 $n = 2, 3, \cdots, 12$에 차례로 대입해 부호를 확인하고, A-1의 표로 개수를 읽습니다.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
부호	−	0	+	+	+	0	−	−	−	−	−
f(n)	0	1	2	1	2	1	0	1	0	1	0

합은 **9**입니다.

수능적 해법

- [수능 개념 A-①] — 홀수 n(3, 5, 7, 9, 11)은 무조건 1씩, 5.
- 짝수 n(2, 4, 6, 8, 10, 12) 중 $3 < n < 7$인 4, 6만 양수라 2씩, 4.
- 나머지 짝수는 음수라 0.
- 합은 5 + 4 = 9.
- 표를 다 그리지 않아도 됩니다.

대표 03

이해 · 3점

정답 A < C < B

세 수 $A = \sqrt[3]{3}$, $B = \sqrt[4]{5}$, $C = \sqrt[6]{10}$의 대소를 비교하시오.

사고 흐름 밑 3, 5, 10은 통일할 수 없습니다. 그렇다면 반대쪽, 지수 $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$을 통일합니다.

교과서적 해법

- 세 수는 모두 양수이므로 12제곱해도 대소가 유지됩니다.
- $A^{12} = 3^4 = 81$, $B^{12} = 5^3 = 125$, $C^{12} = 10^2 = 100$이므로 **A < C < B**.

수능적 해법

- [수능 개념 A-③] — 같은 풀이를 '지수의 분모 최소공배수 = 12'로 즉시 읽습니다.
- 거듭제곱근이 여러 개면 밑보다 지수를 먼저 보는 습관을 들이세요.

단계별 연습

기본 1회독 · 실전 2회독

기본은 1회독, 실전은 2회독부터 풉니다. 실전은 내신 서술형·수능형에 맞춘 단답형과 조건 추론 위주입니다.

기본 2점 · 정의와 계산

1 이해

81의 네제곱근 중 실수인 것들의 곱을 구하시오.

2 계산

$\sqrt[3]{54}+\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{(-2)}=k\cdot\sqrt[3]{2}$일 때, k의 값을 구하시오.

3 계산

$27^{\frac{2}{3}}\times 9^{-\frac{1}{2}}$의 값을 구하시오.

4 계산

$a>0$일 때, $\sqrt{(a\cdot\sqrt[3]{(a\cdot\sqrt[4]{a})}}=a^k$을 만족시키는 유리수 k의 값을 구하시오.

유형 3점 · 내신 서술형 · 수능형

5 이해 · 단답형

$2^x+2^{-x}=4$일 때, 8^x+8^{-x}의 값을 구하시오.

6 이해

$3^{2x}=5$일 때, $\dfrac{3^{3x}-3^{-3x}}{3^x+3^{-x}}$의 값은?

① $\frac{58}{15}$ ② 4 ③ $\frac{62}{15}$ ④ $\frac{64}{15}$ ⑤ $\frac{22}{5}$

7 추론

2 이상 10 이하인 자연수 n 중에서 $\sqrt[n]{64}$가 자연수가 되도록 하는 n의 개수를 구하시오.

8 이해

$a=\sqrt[3]{2}$, $b=\sqrt{3}$일 때, $\sqrt[6]{72}=a^p b^q$를 만족시키는 유리수 p, q에 대하여 $p+q$의 값은?

① $\frac{11}{6}$ ② 2 ③ $\frac{13}{6}$ ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

실전 4점 · 조건 추론 · 타 교과 소재

9 추론 · 단답형

2 이상 6 이하인 두 자연수 m, n에 대하여 $m-4$의 n제곱근 중 실수인 것의 개수가 1이 되도록 하는 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오.

10 추론 · 단답형

2 이상 50 이하인 자연수 n에 대하여 $\sqrt[n]{(2^{24})}$과 $\sqrt[3]{(2^n)}$이 모두 자연수가 되도록 하는 모든 n의 값의 합을 구하시오.

11

문제 해결 · 타 교과 소재 · 단답형

어느 방사성 물질의 처음 질량이 M_0 mg일 때, t시간 후의 질량은 $M(t) = M_0 \times 2^{-\frac{t}{T}}$ (mg)이다. (T는 반감기) 반감기가 6시간인 이 물질 160 mg이 15시간 후 $k\sqrt{2}$ mg이 될 때, k의 값을 구하시오.

단계별 연습 해설

정답 · 핵심 한 줄 · 개념 번호

각 문항의 핵심 한 줄과 사용한 개념 번호입니다. 실전은 풀이 전체를 씁니다.

번호	정답	핵심	개념
1	−9	실수인 네제곱근은 3, −3	A-1
2	6	$3\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2}$ ($\sqrt[3]{(-2)}=-\sqrt[3]{2}$)	A-1, A-2
3	3	$3^2\times3^{-1}$	A-4
4	$\frac{17}{24}$	안쪽부터: $a^{\frac{5}{4}}\to a^{\frac{5}{12}}\to a^{\frac{17}{12}}\to a^{\frac{17}{24}}$	A-4
5	52	$s=4$, $s^3-3s=64-12$	수능 A-②
6	③	$u=3^x$로 두고 분자·분모에 u^3을 곱하면 $\frac{u^6-1}{u^2(u^2+1)}$. $u^2=5$이므로 $\frac{125-1}{5\times6}=\frac{62}{15}$	수능 A-②
7	3	$64=2^6$, n이 6의 약수 → n = 2, 3, 6	A-2
8	③	$\sqrt[6]{72}=2^{\frac{1}{2}}3^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{2}{3}}$	A-4
9	13	아래 참고	수능 A-①
10	45	아래 참고	A-2
11	20	아래 참고	A-3

실전 9

- 사고 흐름: ‘개수 1’이 되는 경우는 두 가지뿐입니다.
- n이 홀수이거나, n이 짝수이면서 수가 0일 때.
- n = 3, 5 (홀수): m은 2~6 아무거나 → 2 × 5 = 10개
- n = 2, 4, 6 (짝수): m − 4 = 0, 즉 m = 4 → 3개
- 합계 **13**. ‘짝수 + 0’을 빠뜨리면 10이 되는 함정 문항입니다.

실전 10

- $\sqrt[n]{(2^{24})}=2^{\frac{24}{n}}$이 자연수 ⇔ n이 24의 약수. $\sqrt[3]{(2^n)}=2^{\frac{n}{3}}$이 자연수 ⇔ n이 3의 배수.
- 두 조건을 모두 만족하는 n은 3, 6, 12, 24이므로 합은 **45**.
- 사고 흐름: 거듭제곱근이 자연수인지는 ‘지수로 바꾼 뒤 지수가 자연수인가’로 판단합니다. 밑이 2 하나로 통일되어 있기 때문에 가능한 방법입니다.

실전 11

- $M(15) = 160 \times 2^{-\frac{15}{6}} = 160 \times 2^{-\frac{5}{2}} = \dfrac{160}{4\sqrt{2}} = \dfrac{40}{\sqrt{2}} = 20\sqrt{2}$.
- 따라서 k = **20**.

- 사고 흐름: 실생활 소재는 식에 주어진 값을 대입하는 것이 전부입니다. 난도는 $2^{-\frac{5}{2}}$처럼 유리수 지수를 거듭제곱근으로 되돌리는 데서 생깁니다. $2^{-\frac{5}{2}} = \dfrac{1}{2^2 \times 2^{\frac{1}{2}}}$로 나눠 읽으세요.