수학영역의 비밀 (A)형 복습자료

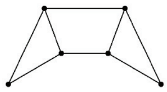
만든이 : 포카칩

같이 풀면서 복습하는 시간을 가져보시기 바랍니다.
본인이 풀었던 문제의 반복/융합이라는 것을 깨닫고, 시험장에서는 수비를 통해 문항에 대해 이미 친숙해져 있고 전형적이여진 상태로 접근하시면 충분합니다.

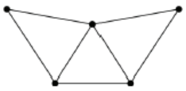
수학영역의 비밀 36쪽 1번

1. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 0의 개수를 구하시오.

[2013학년도 6평]



4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬에서 행의 모든 성분의 합이 3인 행의 개수는? [3점]



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

수학영역의 비밀 225쪽 5번

5. **등비수열 $\{a_n\}$에서 $a_1a_{10}=9$일 때, 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 10항까지의 곱은? [3점]**

[2010년 10월 교육청]

① 3^{10} ② 3^{11} ③ 3^{12} ④ 3^{13} ⑤ 3^{14}

7. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1a_9=4$일 때, $a_2a_8+a_4a_6$의 값은? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

수학영역의 비밀 184쪽 4번

4. x, y에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 5-\log_2 a & 2 \\ 3 & \log_2 a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x=0$, $y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 a 값의 합은? [4점] [2010학년도 대수능]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

8. x, y에 대한 연립일차방정식

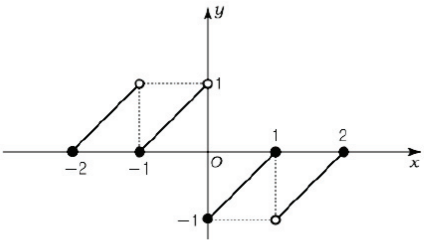
$$\begin{pmatrix} t & -2 \\ 3 & t-7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 t의 값의 합은? [3점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

수학영역의 비밀 323쪽 16번

16. 닫힌 구간 $[-2, 2]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같다.



닫힌 구간 $[-2, 2]$에서 두 함수 $g(x)$, $h(x)$를

$$g(x)=f(|x|),\quad h(x)=|f(x)|$$

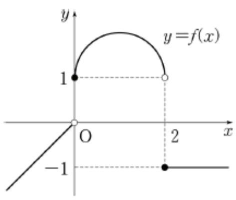
라 할 때, 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $h(x)$는 $x=0$에서 연속이다.
ㄴ. $(f \circ g)(x)$는 $x=1$에서 연속이다.
ㄷ. $g(x)+h(x)$는 구간 $[-2, 2]$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x\to+0} f(x)=1$
ㄴ. $\lim_{x\to2-0} f(x)=-1$
ㄷ. 함수 $|f(x)|$는 $x=2$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수학영역의 비밀 245쪽 5번

5. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이

$$S_n = 2^{n-1} + 5$$

일 때, $a_1 + a_5$의 값을 구하시오. [3점] [2014학년도 예비평가]

12. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이 $S_n = n^2 - 10n$일 때, $a_n < 0$을 만족시키는 자연수 n의 개수는? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

수학영역의 비밀 324쪽 19번

19. $x = a$에서만 불연속인 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x & (x^2 \neq 1) \\ b & (x^2 = 1) \end{cases}$$

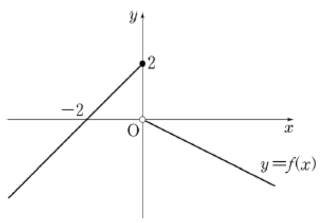
에 대하여 함수 $f(x)f(x+1)$가 $x = a$에서 연속일 때, $a+b$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

[13~14] 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 0) \\ -\frac{1}{2}x & (x > 0) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수 $g(x) = f(x)\{f(x)+k\}$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 상수 k의 값은? [3점]

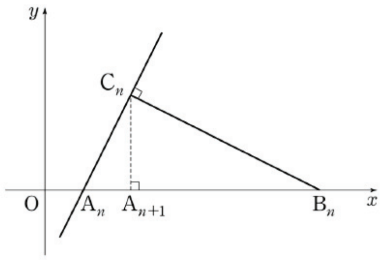
① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

수학영역의 비밀 258쪽 13번

13. **좌표평면에서 점 A_1의 좌표가 $(1,\ 0)$일 때, 모든 자연수 n에 대하여 점 A_{n+1}을 다음 규칙에 따라 정한다.**

> (가) 점 A_n을 x축의 방향으로 n만큼 평행이동시킨 점을 B_n이라 한다.
> (나) 점 B_n에서 기울기가 2이고 점 A_n을 지나는 직선에 내린 수선의 발을 C_n이라 한다.
> (다) 점 C_n에서 x축에 내린 수선의 발을 A_{n+1}이라 한다.

점 A_n의 x좌표를 a_n이라 할 때, $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n^2}$의 값은? [4점] [2014학년도 예비평가]



① $\frac{1}{10}$　② $\frac{1}{5}$　③ $\frac{3}{10}$　④ $\frac{2}{5}$　⑤ $\frac{1}{2}$

14. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고

$$a_{n+1}=f(f(a_n))\ (n\geq 1)$$

을 만족시킬 때, $\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{3}$　② $\frac{2}{3}$　③ 1　④ $\frac{4}{3}$　⑤ $\frac{5}{3}$

수학영역의 비밀 262쪽 17번

17. **자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n을 다음 규칙에 따라 정한다.**

(가) 세 점 P_1, P_2, P_3의 좌표는 각각 $(-1,\ 0)$, $(1,\ 0)$, $(-1,\ 2)$이다.
(나) 선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 중점과 선분 $\mathrm{P}_{n+2}\mathrm{P}_{n+3}$의 중점은 같다.

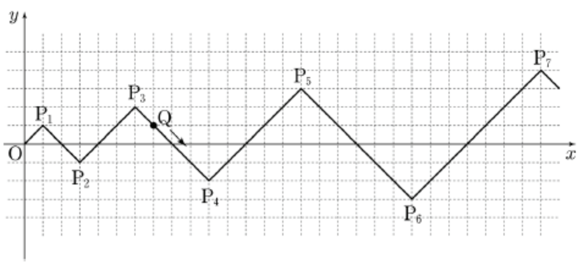
예를 들어, 점 P_4의 좌표는 $(1,\ -2)$이다. 점 P_{25}의 좌표가 $(a,\ b)$일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

[4점] [2013학년도 대수능]

16. 자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}_n(x_n,\ y_n)$을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) $x_1 = y_1 = 1$
(나) $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + (n+1) \\ y_{n+1} = y_n + (-1)^n \times (n+1) \end{cases} \quad (n \geq 1)$

점 Q는 원점 O를 출발하여 $\overline{\mathrm{OP}_1}$을 따라 점 P_1에 도착한다. 자연수 n에 대하여 점 P_n에 도착한 점 Q는 점 P_{n+1}을 향하여 $\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$을 따라 이동한다. 점 Q는 한 번에 $\sqrt{2}$만큼 이동한다. 예를 들어, 원점에서 출발하여 7번 이동한 점 Q의 좌표는 (7, 1)이다. 원점에서 출발하여 55번 이동한 점 Q의 y좌표는? [4점]



① -5　② -6　③ -7　④ -8　⑤ -9

수학영역의 비밀 192쪽 8번

8. 이상기체 1몰의 부피가 V_0에서 V_i로 변할 때, 엔트로피 변화량 $S_i(\mathrm{J/K})$는 다음과 같이 구할 수 있다고 한다.

$$S_i = C\log\frac{V_i}{V_0}$$

(단, C는 상수이고 부피의 단위는 m^3이다.)

이상기체 1몰의 부피가 V_0에서 V_1로 a배 변할 때 $S_1 = 6.02$이고, 이상기체 1몰의 부피가 V_0에서 V_2로 b배 변할 때 $S_2 = 36.02$이다. 이때, $\frac{b}{a}$의 값은?

(단, 몰은 기체입자수의 단위이고 $C = 20(\mathrm{J/K})$으로 계산한다.) [3점] [2011년 4월 교육청]

① 10 ② $6\sqrt{6}$ ③ $10\sqrt{10}$ ④ $15\sqrt{15}$ ⑤ 100

15. 지면으로부터 H_1인 높이에서 풍속이 V_1이고 지면으로부터 H_2인 높이에서 풍속이 V_2일 때, 대기 안정도 계수 k는 다음 식을 만족시킨다.

$$V_2 = V_1 \times \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^{\frac{2}{2-k}}$$

(단, $H_1 < H_2$이고, 높이의 단위는 m, 풍속의 단위는 m/초이다.)

A지역에서 지면으로부터 12m와 36m인 높이에서 풍속이 각각 2(m/초)와 8(m/초)이고, B지역에서 지면으로부터 10m와 90m인 높이에서 풍속이 각각 a(m/초)와 b(m/초)일 때, 두 지역의 대기 안정도 계수 k가 서로 같았다. $\frac{b}{a}$의 값은?

(단, a, b는 양수이다.) [4점]

① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 22

수학영역의 비밀 327쪽 4번

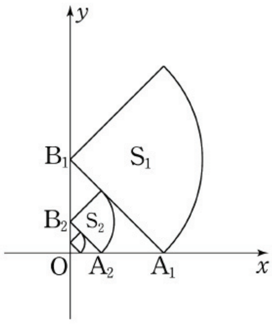
4. 양수 a에 대하여 점 $(a,\ 0)$에서 곡선 $y=3x^3$에 그은 접선과 점 $(0,\ a)$에서 곡선 $y=3x^3$에 그은 접선이 서로 평행할 때, $90a$의 값을 구하시오. [3점] [2008학년도 6평]

17. 곡선 $y=x^3-3x^2+x+1$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선이 서로 평행하다. 점 A의 x좌표가 3일 때, 점 B에서의 접선의 y절편의 값은? [4점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

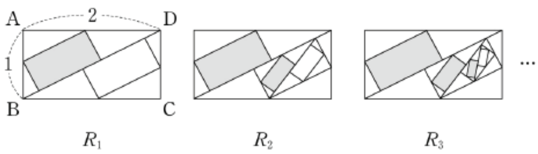
수학영역의 비밀 298쪽 15번

15. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 사분원을 두 점 $A_1(a_1,\ 0)$, $B_1(0,\ a_1)$을 지나도록 그릴 때, 이 사분원의 넓이를 S_1이라 하자.
두 점 A_1, B_1을 지나는 직선과 한 점에서 만나고, 두 점 $A_2(a_2,\ 0)$, $B_2(0,\ a_2)$를 지나도록 그릴 때, 이 사분원의 넓이를 S_2이라 하자.
두 점 A_2, B_2를 지나는 직선과 한 점에서 만나고, 두 점 $A_3(a_3,\ 0)$, $B_3(0,\ a_3)$을 지나도록 그릴 때, 이 사분원의 넓이를 S_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 사분원의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?



① $\frac{16}{15}\pi$ ② $\frac{9}{8}\pi$ ③ $\frac{64}{55}\pi$ ④ $\frac{25}{21}\pi$ ⑤ $\frac{4}{3}\pi$

18. 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=1$, $\overline{AD}=2$이다.
그림과 같이 직사각형 ABCD의 한 대각선에 의하여 만들어지는 두 직각삼각형의 내부에 두 변의 길이의 비가 1:2인 두 직사각형을 긴 변이 대각선 위에 놓이면서 두 직각삼각형에 각각 내접하도록 그리고, 새로 그려진 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 새로 그려진 두 직사각형 중 색칠되어 있지 않은 직사각형에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\frac{37}{61}$ ② $\frac{38}{61}$ ③ $\frac{39}{61}$ ④ $\frac{40}{61}$ ⑤ $\frac{41}{61}$

수학영역의 비밀 239쪽 8번

8. **수열 $\{a_n\}$은 $a_1=4$이고,**

$$a_{n+1}=n\cdot 2^n+\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{k}\ (n\geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식에 의하여
>
> $$a_n=(n-1)\cdot 2^{n-1}+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{k}\ (n\geq 2)$$
>
> 이다. 따라서 2 이상의 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1}-a_n=\boxed{\text{(가)}}+\frac{a_n}{n}$$
>
> 이므로
>
> $$a_{n+1}=\frac{(n+1)a_n}{n}+\boxed{\text{(가)}}$$
>
> 이다. $b_n=\frac{a_n}{n}$이라 하면
>
> $$b_{n+1}=b_n+\frac{\boxed{\text{(가)}}}{n+1}\ (n\geq 2)$$
>
> 이고, $b_2=3$이므로
>
> $$b_n=\boxed{\text{(나)}}\ (n\geq 2)$$
>
> 이다. 그러므로
>
> $$a_n=\begin{cases}4 & (n=1)\\ n\times\left\{\boxed{\text{(나)}}\right\} & (n\geq 2)\end{cases}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(4)+g(7)$의 값은?

[4점] [2013학년도 대수능]

① 90 ② 95 ③ 100 ④ 105 ⑤ 110

19. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고,

$$n^2a_{n+1}=(n^2-1)a_n+n(n+1)2^n\ (n\geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식에 의하여
>
> $$a_{n+1}=\frac{(n+1)(n-1)}{n^2}a_n+\frac{n+1}{n}2^n$$
>
> 이다. $b_n=\frac{n-1}{n}a_n$이라 하면
>
> $$b_{n+1}=b_n+\boxed{\text{(가)}}\ (n\geq 1)$$
>
> 이고, $b_1=0$이므로
>
> $$b_n=\boxed{\text{(나)}}\ (n\geq 1)$$
>
> 이다. 그러므로
>
> $$a_n=\begin{cases}2 & (n=1)\\ \frac{n}{n-1}\times\left(\boxed{\text{(나)}}\right) & (n\geq 2)\end{cases}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(5)+g(10)$의 값은? [4점]

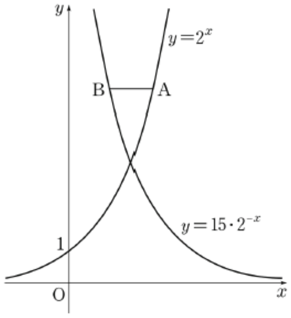
① 1014 ② 1024 ③ 1034 ④ 1044 ⑤ 1054

수학영역의 비밀 211쪽 14번

14. 좌표평면에서 두 곡선 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$, $y=\log_{\frac{1}{4}}x+1$이 직선 $x=m$과 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}}\le 1$을 만족시키는 실수 m의 값의 범위를 $a\le m\le b$라 할 때, $a+b$의 값은?

① $\frac{17}{16}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

20. 그림과 같이 함수 $y=2^x$의 그래프 위의 한 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 함수 $y=15\cdot 2^{-x}$의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. 점 A의 x좌표를 a라 할 때, $1<\overline{\mathrm{AB}}<100$을 만족시키는 2 이상의 자연수 a의 개수는? [4점]



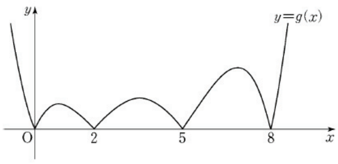
① 40 ② 43 ③ 46 ④ 49 ⑤ 52

수학영역의 비밀 352쪽 10번

10. 삼차함수 $f(x)$는 $f(0)>0$을 만족시킨다. 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\left|\int_0^x f(t)\,dt\right|$$

라 할 때, 함수 $g(x)$의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] [2013학년도 대수능]

보기

ㄱ. 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 3개의 실근을 갖는다.
ㄴ. $f'(0)<0$
ㄷ. $\int_m^{m+2} f(x)dx>0$을 만족시키는 자연수 m의 개수는 3이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수

$$f(x)=\begin{cases} a(3x-x^3) & (x<0) \\ x^3-ax & (x\ge 0) \end{cases}$$

의 극댓값이 5일 때, $f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

수학영역의 비밀 92쪽 3번

3. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $n \le a_n \le \sqrt{n^2+1}$을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}$의 값을 구하시오.

24. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$3n^2+2n<a_n<3n^2+3n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{5a_n}{n^2+2n}$의 값을 구하시오. [3점]

수학영역의 비밀 105쪽 4번

4. 두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x+a}-b}{x-3}=\frac{1}{4}$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. [2010학년도 대수능]

25. 두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x+a}-2}{x-2}=b$일 때, $10a+4b$의 값을 구하시오. [3점]

수학영역의 비밀 117쪽 5번

5. 다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-5}{x-1}=9$를 만족시킨다. $g(x)=xf(x)$라 할 때, $g'(1)$의 값을 구하시오.

[2013학년도 6평]

26. 다항함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2,\ 1)$에서의 접선의 기울기가 2이다.
$g(x)=x^3f(x)$일 때, $g'(2)$의 값을 구하시오. [4점]

수학영역의 비밀 265쪽 21번

21. 자연수 n에 대하여 집합

$A=\{1,\ 3,\ 5,\ \cdots,\ 2n-1\}$

가 있다. $\frac{n}{m}\in A$가 되도록 하는 자연수 m의 최솟값을 $f(n)$이라 할 때, 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $f(40)=4f(10)$
ㄴ. $f(k)=1$이면 $f(5k)=1$이다.
ㄷ. $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{f(100^k)}=\frac{1}{3}$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=7$이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{n+2}=a_n-4$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ 4)$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+6}=a_n$이다.

$\sum_{k=1}^{50}a_k=258$일 때, a_2의 값을 구하시오. [4점]

수학영역의 비밀 178쪽 9번
(B형에서 합답형 대신 출제된 문항입니다 - 과정이 비슷한 합답형 문항으로 대체합니다.)

9. 집합 S가

$S=\{M|M$은 이차정사각행렬이고 $M^2=M\}$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.) [4점] [2013학년도 6평]

보기

ㄱ. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \in S$

ㄴ. $A \in S$이고 A의 역행렬이 존재하면 $A=E$이다.

ㄷ. $A+E \in S$이면 $A^4 \in S$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 이차정사각행렬 A가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $A^3=E$
(나) $A-E$의 역행렬이 존재한다.

행렬 $(A-E)^{60}$의 모든 성분의 합이 $2^a \times 3^b$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 자연수이고, E는 단위행렬이다.) [4점]

수학영역의 비밀 198쪽 9번

KILLER

9. k가 자연수일 때, $\log k$의 지표 n과 가수 α에 대하여 좌표평면 위의 점 P_k를 $\mathrm{P}_k(\alpha, n)$이라 하자. 점 P_k를 곡선 $y=(\sqrt{10})^x$ 위에 있도록 하는 모든 k의 값의 합은? [4점] [2009학년도 9평]

① 1210 ② 3210 ③ 5410 ④ 7510 ⑤ 9410

수학영역의 비밀 201쪽 18번

KILLER

18. 임의의 양수 n에 대하여 $\log n$의 가수를 $g(n)$이라 하자. $1 \le x < 10$, $1 \le y < 10$인 두 자연수 x, y에 대하여

$g(x+y) \ge g(x)+g(y)$

를 만족시키는 순서쌍 (x, y)의 개수를 구하시오.

30. 자연수 k에 대하여 $\log k$의 지표와 가수를 각각 x좌표와 y좌표로 갖는 점을 P_k라 하자. 다음 조건을 만족시키는 자연수 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $1 \le m < n < 100$
(나) $\overline{\mathrm{P}_m \mathrm{P}_n} = \sqrt{1+(\log 2)^2}$